Le rayon de Schwarzschild

Gaston Fischer, Peseux / Suisse, gfischer (at) vtx.ch

L'attraction gravitationnelle entre deux masse **m** et **M** est donnée par la formule bien connue de la gravitation universelle:

$$\mathbf{F = G \frac{M\,m}{R^2}} \quad . \qquad (1)$$

On suppose maintenant que la masse **m** est très petite alors que **M** est très grande. On admet aussi que la petite masse est infiniment éloignée de la grande. Initialement la force **F** est donc nulle. On admet maintenant que la petite masse se met tout de même imperceptiblement en mouvement en direction de **M** . Elle ressentira aussitôt l'attraction donnée par l'équation (1) et sera alors continuellement accélérée. On peut calculer l'évolution de sa vitesse par la loi de Newton **F** = **m·a** , où **a** est l'accélération. Pour la vitesse **v** on trouve par intégration :

$$\mathbf{v = \int_{\infty}^{R} \frac{G \cdot M}{R^2} \cdot dR = \frac{G \cdot M}{R}} \quad . \qquad (2)$$

Comme on le voit, la vitesse de la petite masse **m** ira en augmentant rapidement lorsqu'elle s'approche de la grande masse **M** . Quant à son énergie cinétique **E** , elle croîtra encore plus vite, puisqu'elle est proportionnelle au carré de la vitesse :

$$\mathbf{E = \frac{mv^2}{2}} \quad . \qquad (3)$$

Mais la vitesse **v** ne peut pas dépasser la vitesse de la lumière **c**. Cela a incité Schwarzschild (1916) à considérer le rayon $\mathbf{r_s}$ sur lequel la vitesse de la petite masse devient égale à celle de la lumière **c** , comme un rayon critique, appelé aujourd'hui rayon de Schwarzschild (voir la Fig. 1). On ne peut rien dire avec certitude de ce qui se passe à l'intérieur de la sphère de rayon $\mathbf{r_s}$ et on considère souvent cette sphère comme étant celle du trou noir associé à la masse **M** . Est-ce qu'à l'intérieur du trou noir la masse **M** est concentrée en un point, ou bien cette masse est-elle répartie, est une question à laquelle on n'a pas donné de réponse convaincante (voir pourtant Thorne, 1994, pp. 449 -). A notre avis et comme nous l'avons suggéré dans le premier article de ce numéro, pour les trous noirs de très grande masse en tout cas, la masse à l'intérieur du trou peut être distribuée de façon très aléatoire. Quant au nom de **trou noir** (anglais : **black hole**), selon Thorne (1994, pp. 256 - 257) il a été inventé par John Archibald Wheeler en 1967 seulement, à l'occasion de deux conférences données en automne de cette année, soit plus de 50 ans après que Schwarzschild eut introduit son concept de rayon critique $\mathbf{r_s}$:

$$\mathbf{r_s = 2GM/c^2} \quad . \qquad (4)$$

Références

Schwarzschild, K. (1916). On the gravitational field of a point mass according to Einstein's theory. *Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., Physik-Math. Kl.*, Vol. **189**, pp.189-196. (translated by Helga and Roger Stuewer).

Thorne, K. S. (1994). *Black holes and time warps : Einstein's outrageous legacy*. New York : W. W. Norton & Co. Inc.

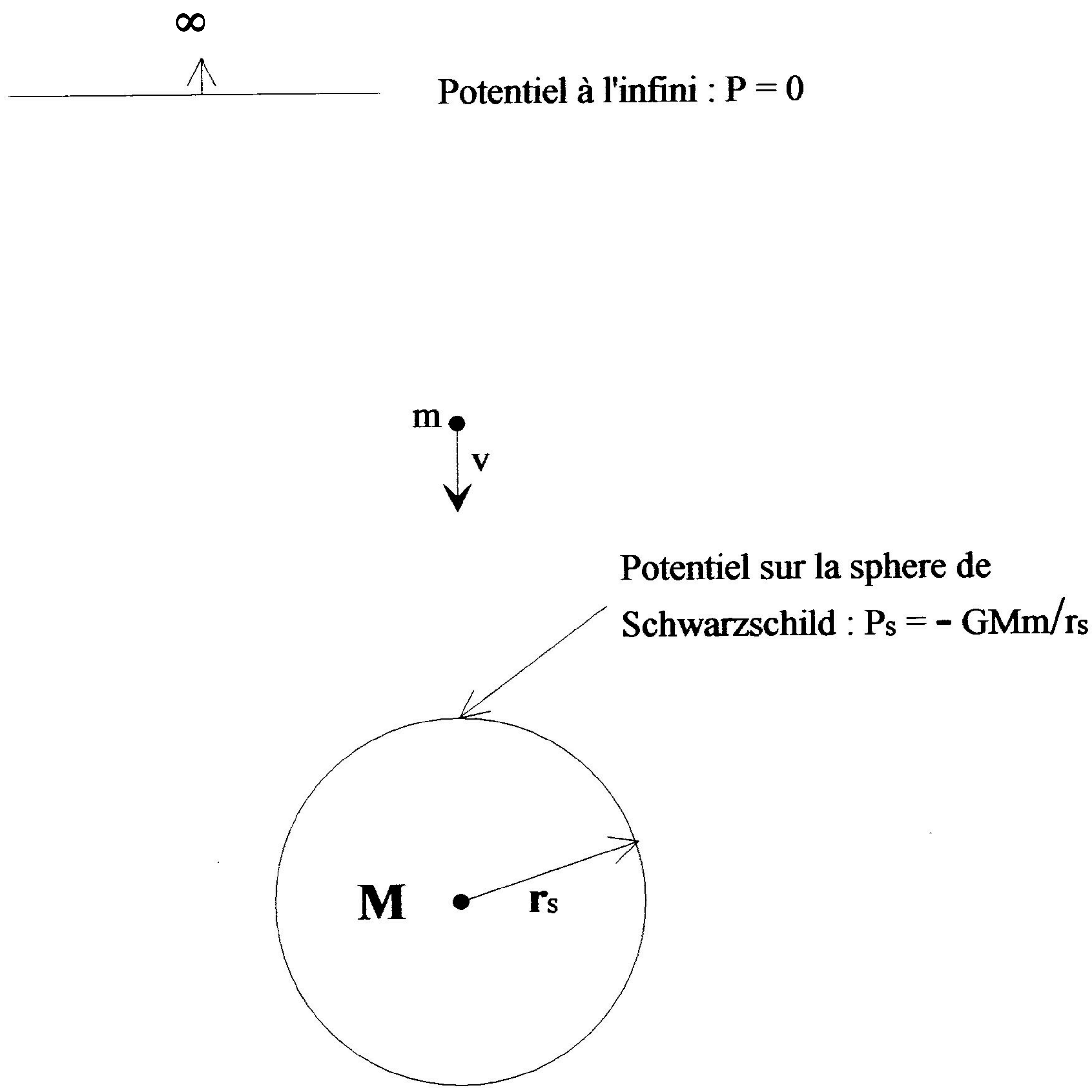

Fig. 1. Sur la sphère de Schwarzschild la petite masse **m** atteint la vitesse de la lumière **c** et son énergie cinétique prend alors la valeur extrême de $\mathbf{mc^2/2}$. Comme il n'y a pas de résistance à l'accélération de **m** , l'énergie potentielle **GMm/R** qu'elle perd se transforme entièrement en énergie cinétique $\mathbf{mv^2/2}$. De cette égalité, on obtient aussitôt le rayon de Schwarzschild $\mathbf{r_s = 2GM/c^2}$.