Finonacci et nombre d'or en botanique, suite[1]

Jean-luc Bovet, Auvernier

Dans le Bulletin 25 de la SENS, une petite étude a été publiée sous le titre Fibonacci et nombre d'or en botanique. Il s'agissait d'essayer de comprendre le pourquoi et le comment de l'apparition des nombres de la suite de Fibonacci dans le comptage des nombres de spires dans la disposition des graines dans une fleur de tournesol, et dans une quantité d'autres végétaux.

Ma démarche a consisté à ranger des objets sur une spirale (à pas très court pour une bonne visibilité) tous les k degrés. Un programme que j'ai réalisé sur Cabri permet de constater qu'on obtient la disposition utilisée par la nature uniquement avec k = 137.5077°, et que d'autre part une valeur approximative de cet angle ne convient pas: une légère erreur conduit à une disposition qui n'a pas la belle régularité qu'on observe dans la réalité.

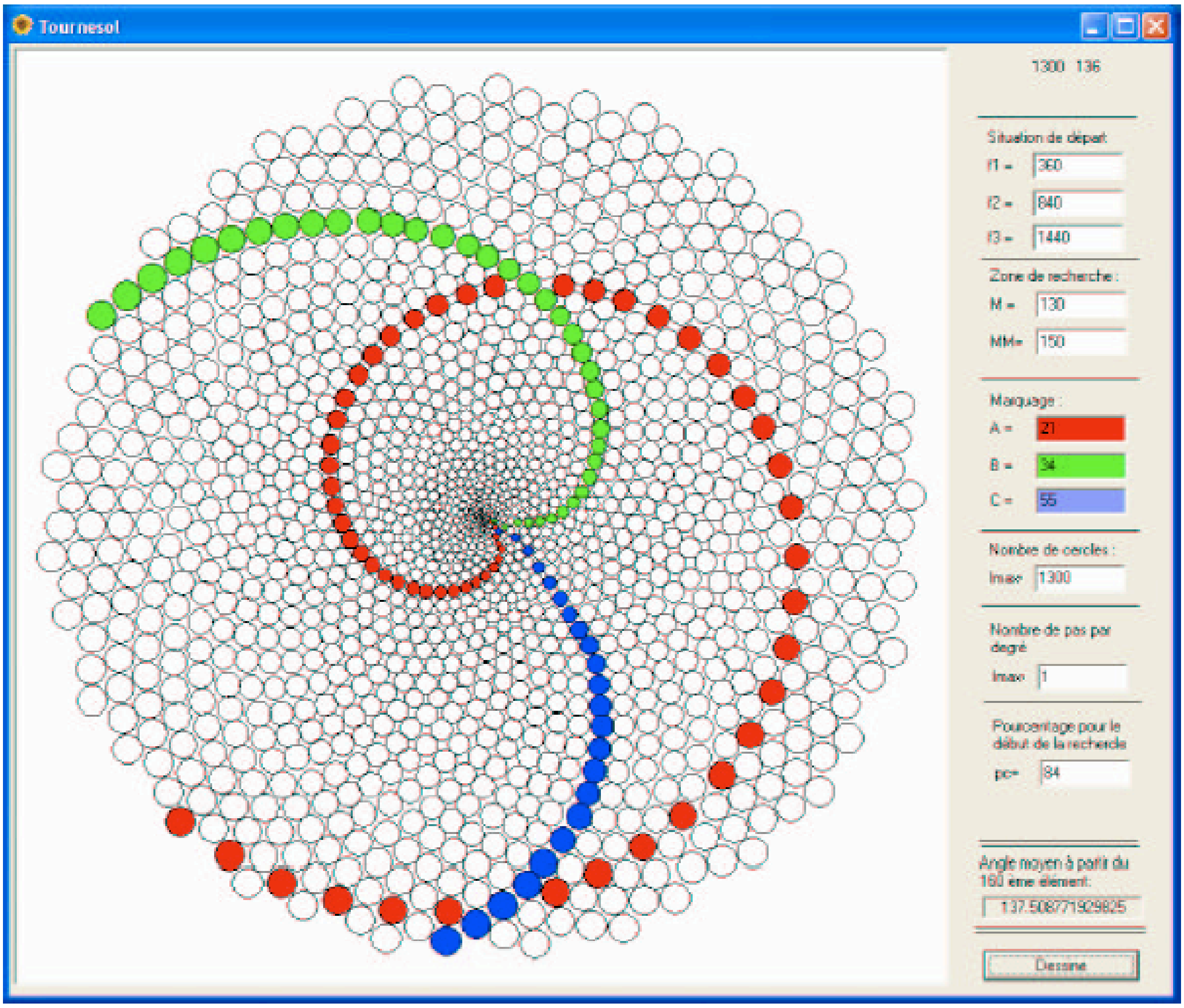
Sans le dire explicitement, j'ai peut-être suggéré l'idée que l'évolution devait avoir inscrit dans l'ADN de ces végétaux cet angle avec toute la précision nécessaire, et qu'il s'agissait d'un miracle de plus dans le phénomène de la vie. Cette idée n'étant pas très satisfaisante pour l'esprit, j'ai eu l'idée de procéder, pour créer cette belle disposition, d'une manière tout à fait différente.

Je commence par placer trois graines au début de la spirale, un peu au hasard (L'expérience montre que cette disposition initiale n'a aucun effet sur la disposition dans son ensemble). Je fixe une fourchette (par exemple [120° ; 150°]) et dans cet intervalle, je vais rechercher l'endroit où la graine suivante aura le plus de place pour se situer et se développer en tenant compte de la position des graines déjà placées. Il s'agit pour ce faire de parcourir l'intervalle à un pas déterminé (par exemple tous les quarts de degré) et de trouver la plus petite distance aux graines précédentes. Parmi toutes ces plus petites distances il faut alors choisir la plus grande et placer la nouvelle graine à l'endroit ainsi déterminé.

Bien sûr l'ordinateur est indispensable pour un travail aussi énorme. J'ai écrit le programme dans un Basic assez ancien et obtenu très souvent la disposition naturelle … à ma stupéfaction il faut bien le dire. Mon cher ami Jean-Marc Ledermann a bien voulu ensuite traduire ce programme en Visual Basic ce qui permet d'effectuer la construction dans un temps tout à fait raisonnable[2].

[1] Cet article a aussi parudans le Bulletin de la Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique, no 97, 2005.
[2] Ce programme est disponible à l'adresse http://www.sens-neuchatel.ch/bulletin/no32/art3-32.zip

Quelques mots au sujet de ce programme



1. Sous *situation de départ* il est possible de choisir l'angle des trois premières graines

2. Sous *zone de recherche* on peut choisir la fourchette

3. Sous *marquage* on va choisir de peindre en couleur toutes les graines dont le numéro vaut 0 modulo par exemple 21. Ceci permet un comptage immédiat des nombres de spires

4. Sous *nombre de cercles* on choisit l'importance du dessin

5. Sous *nombre de pas par degré* on choisit la finesse de la recherche de l'endroit où il y a le plus de place

6. Sous *pourcentage pour le début de la recherche* on choisit (pour gain de temps) de ne calculer les distances qu'aux dernières graines déjà placées. Par exemple pc=84 signifie que seules seront testées les distances à 16% des graines, les dernières bien sûr, les autres étant de toute façon trop loin vers le centre pour jouer un rôle.

7. Sous *angle moyen à partir du 160ème élément* on trouvera très fréquemment les fameux 137.5°.

Ce qui me semblait être un miracle de la botanique n'est donc rien d'autre qu'une nécessité mathématique. Je n'ai pas les capacités nécessaires pour démontrer quoi que ce soit à ce sujet mais je me contente d'observer expérimentalement le phénomène. On verra par des essais que ça ne marche pas toujours : d'autres dispositions apparaissent, parfois régulières avec un autre angle et par conséquent d'autres nombres de spires, parfois tout à fait désordonnées. Pour ces dernières, je ne vois aucune explication; pour les autres, j'attends d'un observateur passionné la photo d'un végétal utilisant cette disposition.

Une remarque pour terminer. Une charmante et futée cousine m'a flanqué un jour un sérieux coup au moral en me faisant remarquer qu'une fleur se construit de l'intérieur et subit une lente homothétie alors que moi, je la construis par l'extérieur. Comment pouvais-je trouver des résultats conformes à la réalité en faisant les choses complètement à l'envers ? A la réflexion j'ai trouvé qu'en fait ma construction est l'image de la réalité dans une inversion par rapport à un cercle concentrique à la fleur.

> L'inversion par rapport à un cercle C de centre O et de rayon R c'est l'application qui à tout point P du plan sauf O fait correspondre le point P' tel que :
>
> 1. O, P et P' sont alignés
>
> 2. $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OP'} = R^2$ Plus un point est éloigné du centre, plus son image est proche.

Le fait de prendre le problème à l'envers permet d'éviter la lente homothétie qui traduit la croissance de la fleur. Cette homothétie ne serait pas commode à programmer et elle ralentirait l'exécution du programme.