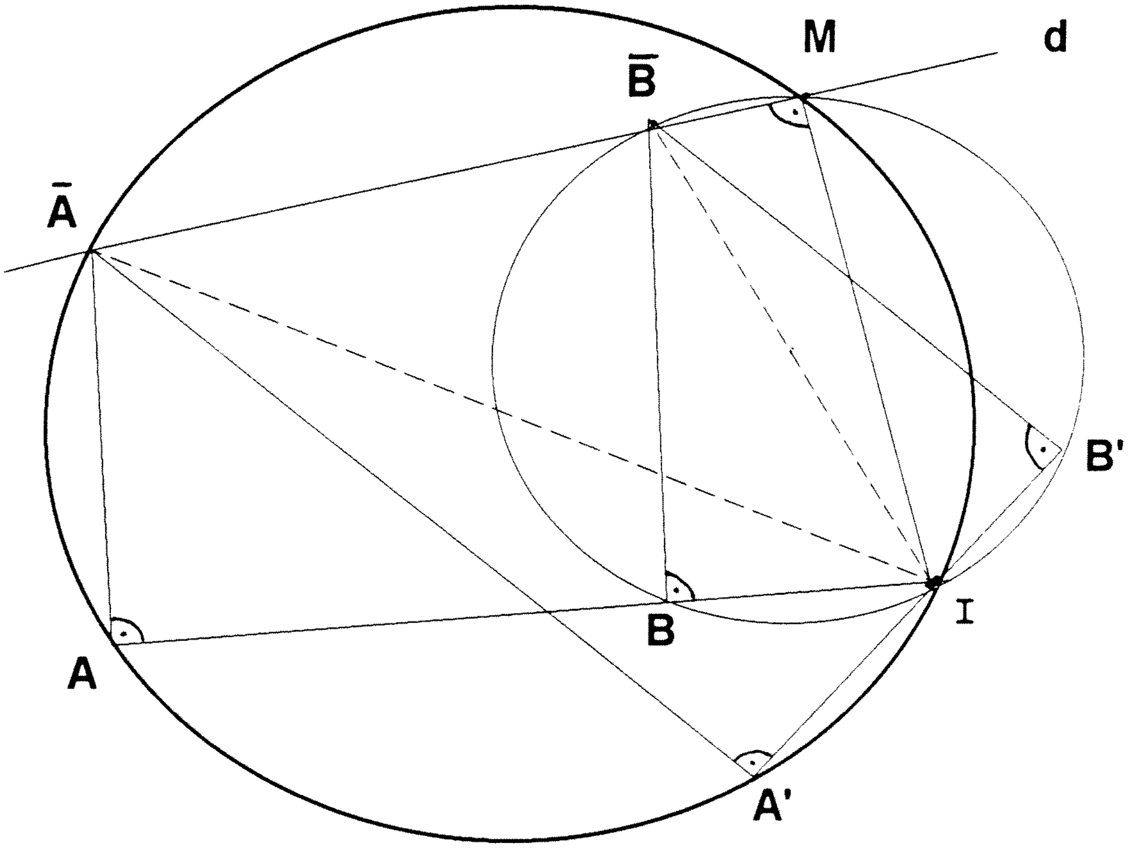
Société des Enseignants Neuchâtelois de Sciences



bulletin n° 13, octobre 1992

Une conférence, un livre, une réaction d'élève sont susceptibles d'intéresser d'autres collègues. Pourquoi de pas faire figurer cette information dans le bulletin ?

Edition: Société des enseignants neuchâtelois de sciences (SENS).

Comité de la SENS: Françoise Jeandroz (présidente), Andrée Boesch, Pierre-André Bolle (caissier), Christian Bazzoni (vice-président, délégué coll. informatique), Christian Berger, Gérard Gast, Jean-Pierre Launaz (secrétaire), Michel Favre (délégué coll. mathématique), Denis Sermet, Eric Vaucher (délégué coll. physique-chimie).

Equipe de rédaction du Bulletin: Jacques-André Calame, Michel Favre, François Jaquet, Françoise Jeandroz, Jacques Méry, Luc-Olivier Pochon.

Ont, en outre, collaboré à ce numéro: Eric Jeannet, André Calame. Elisabeth Egger a effectué la dactylographie et la mise en page des articles principaux.

Contact: Michel Favre, rte de la Jonchère 13a, 2208 Les Hauts-Geneveys

Couverture: Illustration tirée de l'article de André Calame.

Délai pour transmettre vos contributions au prochain numéro: 1 décembre 1992

Le paradoxe de Langevin

Eric Jeannet

Introduction

Au début du siècle on pensait encore en termes de temps universel et d'espace absolu, notions inventées par Newton, esprit mystique, assoiffé d'absolu.

L'énoncé de la première loi de Newton "*un corps qui n'est soumis à aucune force est au repos ou en mouvement rectiligne uniforme*" est identique à l'énoncé de Galilée. Pour Galilée, le repère pour mesurer les mouvements était la Terre. Pour Newton, il n'y en avait pas; alors il inventa l'espace absolu dans lequel le "centre du monde" - pour lui, le centre de gravité du système solaire - était au repos et parallèlement il inventa le temps absolu "*qui s'écoule uniformément, indépendamment de toute chose*".

Plus tard, lorsque le caractère ondulatoire de la lumière fut unanimement reconnu, on inventa le milieu hypothétique, l'éther luminifère, siège des vibrations lumineuses. Et l'on avait de bonnes raisons d'affirmer que l'éther était au repos dans l'espace absolu.

La relativité restreinte trouve son origine dans les deux faits suivants, l'un théorique, l'autre expérimental :

(A) L'équation fondamentale de la dynamique $Md^2x/dt^2=F$ est invariante par rapport à une transformation de Galilée $x'=x-vt$, où v est la vitesse du système de référence Ox' le long du repère Ox. Par contre, les équations de l'électromagnétisme de Maxwell sont invariantes par rapport aux transformations suivantes, proposées par Lorentz :

$$x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad t' = \frac{t-vx/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide. Ces transformations font apparaître un temps propre, lié au système considéré. Inversement, on peut écrire :

$$x = \frac{x'-vt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad t = \frac{t'-vx'/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

(B) Michelson-Morley, dont le but était la mesure de la vitesse de leur interféromètre dans l'éther, ne donna pas de résultat, sinon que l'éther était entraîné par la Terre dans son mouvement.

En réfléchissant à ces faits, Einstein fut amené à faire la constatation suivante : dans la loi d'induction de Faraday, on a deux cas de figure :

- La boucle conductrice est fixe dans l'éther; l'aimant en mouvement induit un champ électrique qui produit une force sur les charges au repos; les charges libres accélérées produisent le courant induit.

- L'aimant est fixe dans l'éther; les charges de la boucle en mouvement subissent une force magnétique due au champ de l'aimant; les charges libres, accélérées produisent le courant induit.

Dans les deux cas, le courant est le même : il est dû au mouvement relatif de la boucle et de l'aimant. L'éther immobile n'est pas nécessaire. Et si l'éther n'existe pas, l'espace absolu n'a pas de sens et le temps universel n'est pas défini. Einstein couronna son raisonnement par l'énoncé de deux postulats :

□ *Les lois de la physique sont les mêmes dans tous les systèmes de référence qui ne subissent pas d'accélération réciproque.*

□ *La vitesse de la lumière est indépendante du mouvement de sa source.*

Réunis, ces deux postulats conduisent à une révolution : tous les mouvements relatifs sont décrits par les transformations de Lorentz. L'espace et le temps n'ont rien d'absolu, la vitesse de la lumière dans le vide, c=299'792'456 m/s, est la plus grande vitesse atteignable.

Comme les vitesses v des mouvements qui nous sont familiers sont très faibles par rapport à c, la transformation de Galilée constitue en général une excellente approximation et notre intuition peut se référer au temps et à l'espace absolus.

Mais lorsque $v \approx c$, notre intuition devient inopérante et il convient de s'appuyer, avec discernement, sur les formules des transformations de Lorentz. En particulier si $u'=dx'/dt'$ est la vitesse d'un objet le long de l'axe Ox' du repère qui se déplace à vitesse v le long de Ox, sa vitesse $u=dx/dt$, mesurée dans Ox, est donnée par :

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2}$$

On voit que si $u'=c$ et $v=c$, $u=c$. La vitesse de la lumière est bien une vitesse limite. Par ailleurs, si $u' << c$ et $v << c$, $u=u'+v$; la loi d'addition des vitesses de Galilée est valable dans ce cas limite.

L'application des transformations de Lorentz à certains problèmes conduit à des résultats paradoxaux. Un des plus célèbre est dû à Langevin. On l'appelle aussi *paradoxe des jumeaux ou des horloges*. Bien entendu, le résultat ne dépend ni de l'âge respectif, ni même du sexe des protagonistes.

Le problème

> *En janvier 1993, Elodie (8 ans) quitte sa soeur Anaïs (5 ans) et s'embarque sur un vaisseau spatial qui se déplace en ligne droite avec une vitesse v=24/25 de la vitesse de la lumière c. Après 7 ans, Elodie fait demi tour avec son vaisseau spatial et revient sur la Terre à la même vitesse et retrouve sa petite soeur. Quels sont les âges d'Elodie et d'Anaïs ?*

(1) **Pour Elodie**, dans le système de référence en mouvement :

$x'=0$ (elle reste dans le vaisseau spatial)
$t'=14$ ans (l'horloge du vaisseau mesure deux fois sept ans)

Elodie aura 8+14=22 ans.

Pour Anaïs, dans le système au repos :

$x = 0$ (elle reste sur Terre)

$$t = \frac{t' - vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$ on connaît $t'=14$ ans, $x'=0$, $x=0$

on calcule $\sqrt{1-(24/25)^2} = 7/25$, d'où $t = \dfrac{14}{7/25} = \mathbf{50}$ ***ans***

Anaïs aura 5+50=55 ans, la cadette est plus âgée que l'aînée !

(2) Mais les mouvements d'Elodie et d'Anaïs sont relatifs. Pour Elodie, c'est Anaïs qui s'éloigne à vitesse v dans la direction opposée. On a dès lors, toujours avec $t'=14$ ans, $x'=0$ et $x=0$:

$$t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$ d'où $t = \sqrt{1 - v^2/c^2} \cdot t' = \dfrac{7}{25} \cdot 14 = \mathbf{3{,}92}$ ***ans***

Ce calcul conduit aux âges suivants :

Elodie aura 8+14=22 ans, comme dans (1).
Anaïs aura 5+3,92=8,92 ans, soit un peu moins de 9 ans.

Si (1) est correct, Anaïs aura peut-être depuis longtemps terminé ses études de physicienne et comprendra le paradoxe. Si (2) est correct, elle n'aura pas le possibilité de comprendre les formules des transformations de Lorentz.

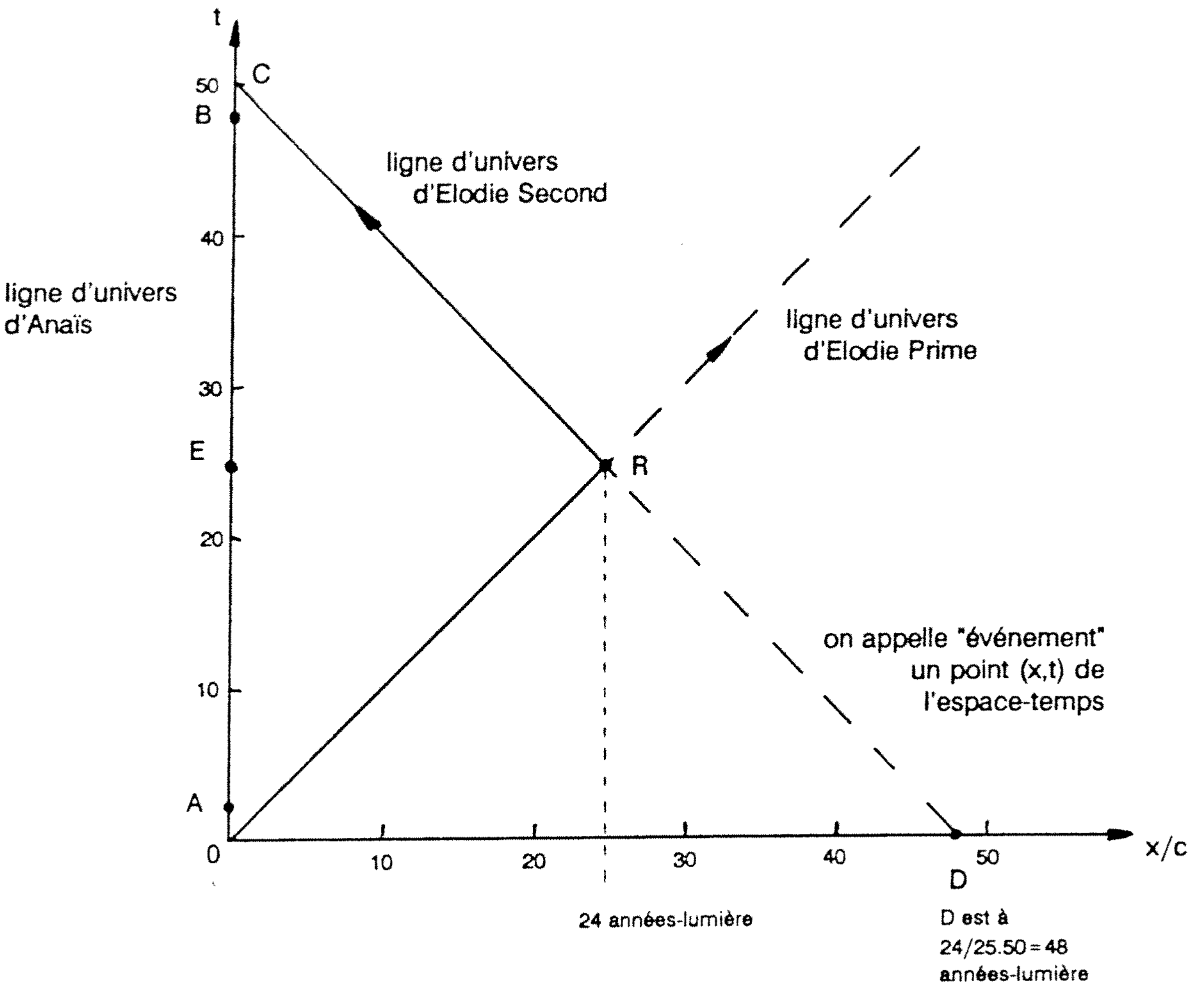
(3) On objectera à juste titre que les transformations de Lorentz concernent des **mouvements relatifs uniformes**. En quittant la Terre, Elodie est accélérée, puis sept ans plus tard freinée et à nouveau accélérée puis freinée à son retour. Pour éviter ces critiques, on change quelque peu l'énoncé du problème : Un sosie d'Elodie, Elodie Prime, née on ne sait où et comment, passe à vitesse constante v devant Anaïs (5 ans) alors qu'elle a 8 ans. Sept ans plus tard, Elodie Prime croise un autre sosie d'Elodie, Elodie Second qui se dirige vers la Terre à vitesse v. Sept ans plus tard, Elodie Second passe en face d'Anaïs sur la Terre.

On ne sait toujours pas l'âge d'Anaïs, 55 ou 8,92 ans, mais on aura peut-être pressenti ce qui est vicieux dans le premier énoncé du problème : il y a deux personnes, Anaïs la sédentaire et Elodie la voyageuse. Mais il y a **trois systèmes de référence** en mouvement rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres. Celui d'Anaïs sur la Terre, celui d'Elodie Prime qui s'éloigne et celui d'Elodie Second qui s'approche de la Terre.

Examinons ce qui se passe au moyen d'un diagramme temps-espace dans le système d'Anaïs. On reporte t en années et les distances en années-lumière x/c.

Pour Anaïs, sa ligne d'univers, c'est-à-dire sa courbe t(x), est la droite OC parcourue en 50 ans. Elodie Prime se déplace sur sa ligne d'univers OR en 7 années de son horloge. Sur sa ligne d'univers RC, Elodie Second rencontrera Anaïs en C, alors qu'elle était en R, 7 années de son horloge plus tôt. Notre calcul (2) donne une durée de 1,96 année pour l'horloge d'Anaïs avant cette même rencontre, ce qui place Anaïs au point B.

On n'y voit peut-être pas plus clair ainsi, mais on a posé le vrai problème : que signifie la durée AB ?



(4) Faisons le point.

- Après 25 années (point E), Anaïs peut calculer qu'Elodie Prime a parcouru 24 années-lumière et que son horloge indique 7 années. Les événements **E et R sont simultanés dans le système de référence d'Anaïs**.

- Lorsqu'Elodie Prime arrive en R, son horloge indique 7 années et elle calcule que l'horloge d'Anaïs indique 1,96 année (point A). Les événements **A et R sont simultanés dans le système de référence d'Elodie Prime**.

- Lorsque l'horloge d'Anaïs indique 50 ans, elle voit passer Elodie Second à la vitesse v et elle peut calculer que 25 ans plus tôt elle se trouvait en R à 24 années-lumière et que son horloge indiquait 7 années de moins. Les événements E et R sont simultanés dans le système de référence d'Anaïs, comme il se doit. Mais en quittant R, Elodie Second calcule qu'Anaïs, elle ne doit attendre que 1,96 année avant leur rencontre en C (point B). Les événements **B et R sont simultanés dans le système de référence d'Elodie Second**.

En relativité, où le temps n'est pas universel et l'espace n'est pas absolu, la notion de simultanéité perd sa signification universelle et notre intuition a de la peine à l'admettre ! En fait, la durée AB résulte des écarts de simultanéité entre les trois systèmes de référence.

(5) Revenons au point O. Anaïs et Elodie Prime enclenchent leurs horloges (identiques). Anaïs sait qu'Elodie Second se trouve alors à 48 années-lumière (point D) et se dirige vers la Terre à la vitesse v. Pour Elodie Prime, qui quitte la Terre à la vitesse v, Elodie Second s'approche d'elle à la vitesse u, donnée par l'expression :

$$u = \frac{2v}{1+v^2/c^2} = \mathbf{0{,}9991674}\ c$$

Au moment où Elodie Prime arrive en R, son horloge marque t' = 7 ans et elle calcule que pour Elodie Second, il s'est écoulé

$$t'' = \frac{7}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \mathbf{171{,}5714}\ \textit{années}$$

depuis le moment où elle se trouvait en D.

Elodie Second se dirige vers la Terre à la vitesse v et elle peut calculer (en remplaçant t' par t'' dans (2)), qu'au moment où elle croise Elodie Prime en R, l'horloge d'Anaïs, sur la Terre, marquera

$$t = \sqrt{1-v^2/c^2}\ .\ t'' = \mathbf{48{,}04}\ \textit{années} \quad (= \mathrm{OB})$$

Il s'agit bien du point B (48,04 + 1,96 = 50), puisque les événements B et R sont simultanés pour le système de référence d'Elodie Second.

(6) C'est donc bien le premier calcul (1) qui est exact. Si l'on revient au premier énoncé, on remarque que toutes les accélérations subies par Elodie se compensent : les avances et les retards dans les horloges accélérées sont aussi compensées. **Ce n'est donc pas le fait qu'Anaïs ne soit pas accélérée qui est important, mais le fait qu'elle ne change pas de système de référence**.

(7) Un autre argument confirme le résultat obtenu : Anaïs la cadette est plus âgée que son aînée Elodie qui a fait un aller et retour dans l'espace.

Considérons un pulsar, immobile par rapport à la Terre, qui émet régulièrement un signal de fréquence f_o. Imaginons que le voyage aller et retour d'Elodie se fasse sur une droite perpendiculaire à la ligne Terre-pulsar et, pour simplifier, que le pulsar soit suffisamment éloigné pour que l'effet Doppler optique se limite à l'effet transversal.

Durant son voyage, Elodie recevra le même nombre N de signaux qu'Anaïs sur la Terre, mais à une fréquence

$$f = \frac{f_o}{\sqrt{1-v^2/c^2}} > f_o$$

Temps écoulé pour Elodie : $t' = \frac{N}{f} = 14 \text{ ans}$

Temps écoulé pour Anaïs : $t = \frac{N}{f_o} = \frac{t'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = 50 \text{ ans}$

Remarque finale

En relativité, un événement de l'espace-temps est décrit par un quadrivecteur (x,y,z,ict), dont la grandeur invariante est

$$s^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2$$

Pour l'observateur Prime, $x'=y'=z'=0$ dans son système propre et un intervalle de temps propre est donné par

$$\Delta t' = \int dt'$$

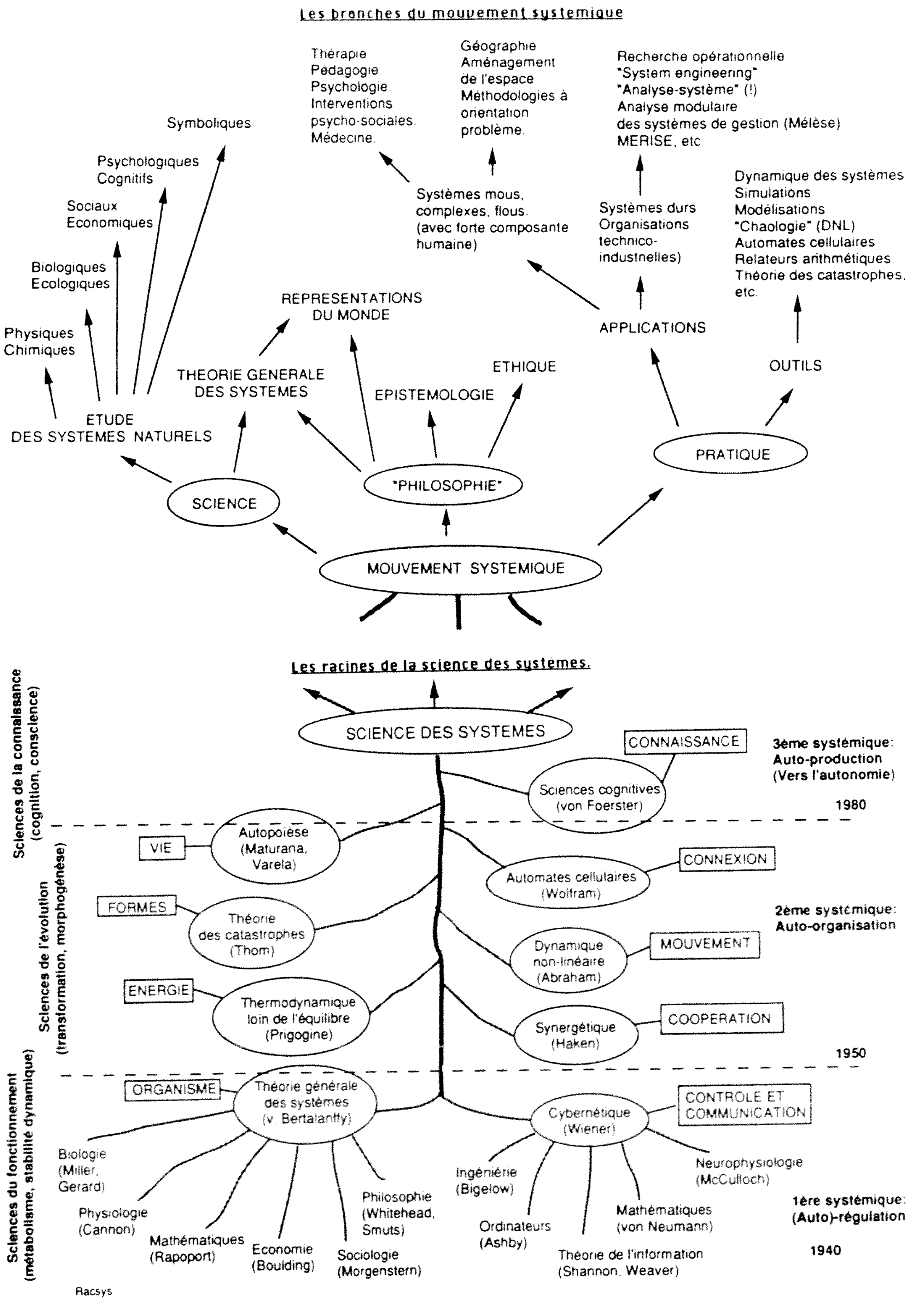
où **dt' n'est pas une différentielle exacte**. $\Delta t'$ dépend donc du chemin d'intégration dans l'espace-temps.

En mécanique classique, le temps est universel et l'intégration porte sur une variable indépendante.

Eric Jeannet
Université de Neuchâtel
Institut de physique

Trois articles sur des sujets analogues ont paru dans l'Impartial des 13, 21 et 27 juillet 92. Des tirés à part sont joints à cet envoi ou peuvent être obtenus auprès de l'auteur.

8 Extrait de la plaquette éditée par le centre interfacultaire d'études systémiques



mathématique

Euler et le centre d'une similitude

André Calame

Un problème de géométrie élémentaire

Lors du 30e anniversaire de Math-Ecole en novembre 1991, le professeur Francis Gutmacher, spécialiste des Jeux mathématiques et logiques, posait la question suivante à quelques enseignants, didacticiens et méthodologues : "*Quelle est la qualité première pour faire des mathématiques ?*" Et chacun d'y aller de sa réponse spontanée : savoir raisonner, avoir du goût pour l'abstraction, aimer les calculs, avoir le sens de la déduction logique, etc. "*Pour moi*, reprend alors Gutmacher, *la qualité première, c'est l'**imagination** et le mathématicien qui a montré le plus d'imagination, c'est EULER.*"

Nous voudrions donner ici un exemple de l'imagination d'Euler dans la résolution d'un problème de géométrie élémentaire. Etant donné deux segments AB et A'B' (fig. 1), trouver le centre de la similitude qui transforme AB en A'B'.

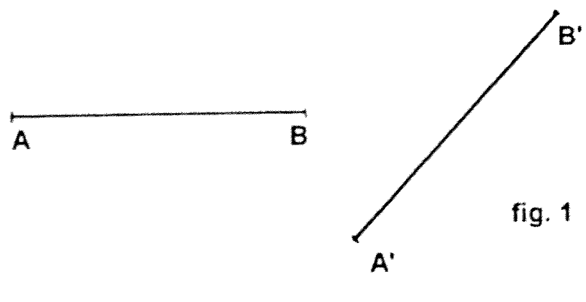


fig. 1

Précisons qu'il s'agit d'une similitude directe qui conserve l'orientation des figures. Cette similitude est la composition d'une homothétie et d'une rotation autour d'un centre M à déterminer. Nous supposons que AB et A'B' ne sont pas parallèles; en cas de parallélisme, la similitude se réduirait à une homothétie dont le centre est à l'intersection des droites AA' et BB', à moins que AB = A'B' auquel cas la similitude serait une translation.

Avant d'examiner la construction imaginée par Euler, prouvons d'abord que les points A, B et leurs images A', B' déterminent complètement la similitude directe. Nous traitons cette question dans le plan de Gauss où chaque point est représenté par un nombre complexe $z=x+yi$.

Détermination de la similitude

Soit s la similitude qui transforme z_1 en w_1 et z_2 en w_2 (fig. 2).

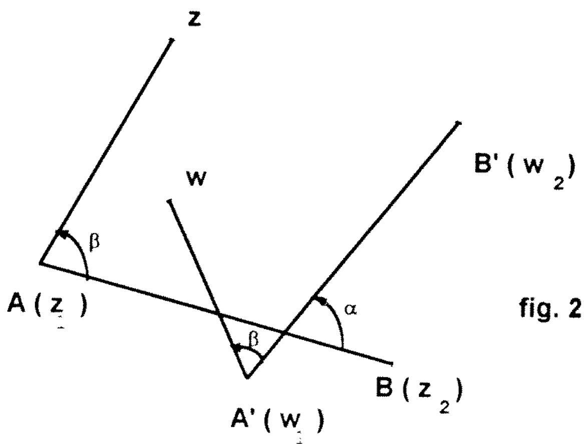


fig. 2

Posons : $$a = \frac{w_2 - w_1}{z_2 - z_1}$$

Le module de a est : $$|a| = \left|\frac{w_2 - w_1}{z_2 - z_1}\right| = \frac{|w_2 - w_1|}{|z_2 - z_1|} = k > 0$$

il représente le facteur k de l'homothétie liée à la similitude. L'argument de a est :

$$\arg(a) = \arg\left(\frac{w_2 - w_1}{z_2 - z_1}\right) = \arg(w_2 - w_1) - \arg(z_2 - z_1) = \alpha$$

il représente la mesure α de l'angle de rotation de la similitude.

Soit z un point quelconque du plan de Gauss et w son image.
On doit avoir d'une part :

(1) $|w-w_1| = k|z-z_1|$

d'autre part : $\beta = \arg(w-w_1) - \arg(w_2-w_1) = \arg(z-z_1) - \arg(z_2-z_1)$
ou
$\arg(w-w_1) - \arg(z-z_1) = \arg(w_2-w_1) - \arg(z_2-z_1)$

(2) $$\arg\left(\frac{w-w_1}{z-z_1}\right) = \arg\left(\frac{w_2-w_1}{z_2-z_1}\right)$$

Les relations (1) et (2) équivalent à :

(3) $$\frac{w-w_1}{z-z_1} = a = \frac{w_2-w_1}{z_2-z_1}$$

La similitude est complètement déterminée par la relation (3) qui peut aussi s'écrire :

$$w - w_1 = az - az_1$$

$$w = az + w_1 - az_1$$

$$w = az + b \quad \text{où} \quad b = w_1 - az_1$$

Toute similitude directe est donc de la forme $w = az + b$.

Existence et unicité du centre de similitude

Pour la similitude $w = az + b$, un point fixe z_0 est donné par l'équation :

$$z_0 = az_0 + b$$

qui a pour solution unique : $z_0 = \dfrac{b}{1 - a}$

Ce centre z_0 existe pour autant que $a \neq 1$, c'est-à-dire chaque fois que la similitude ne se réduit pas à une translation, ce que nous avons exclu plus haut.

Première construction d'Euler

Voyons maintenant comment Euler détermine le centre de la similitude qui transforme A en A' et B en B' (fig. 3). Soit I le point d'intersection des droites AB et A'B'.

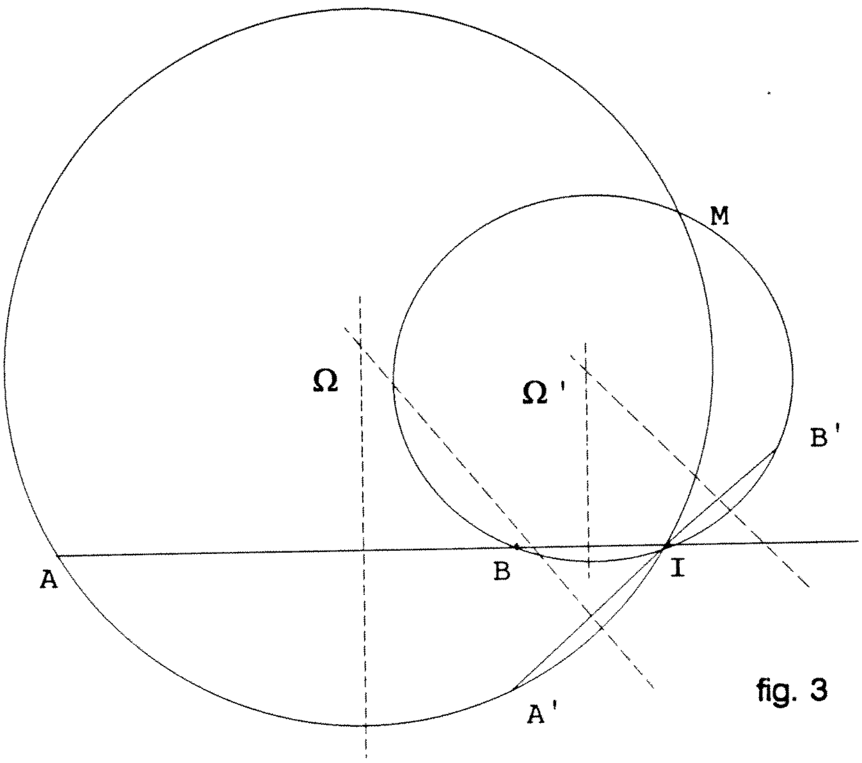


fig. 3

Euler construit d'une part le cercle qui passe par A, A' et I; d'autre part le cercle qui passe par B, B' et I. Ces deux cercles qui passent tous deux par I se coupent en un second point M qui est le centre de similitude cherché.

Justification

Supposons connu le centre de similitude M. La similitude des triangles MAB et MA'B' entraîne les égalités suivantes (fig. 4 et fig. 5) :

$$\mu = \mu' \qquad \alpha = \alpha' \qquad \beta = \beta'$$

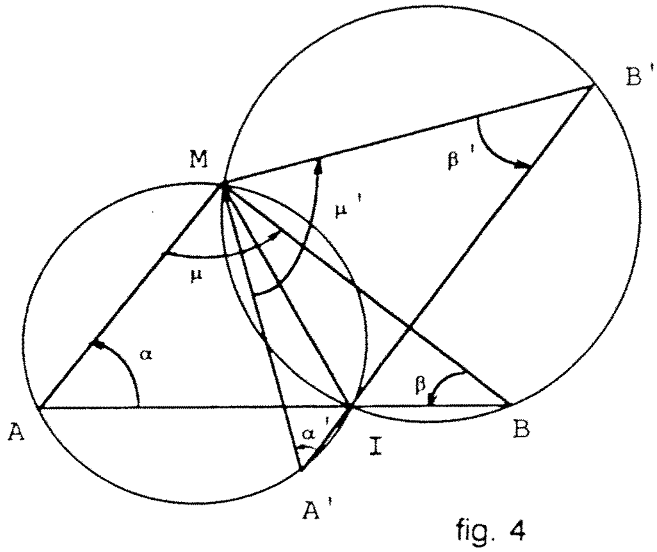


fig. 4

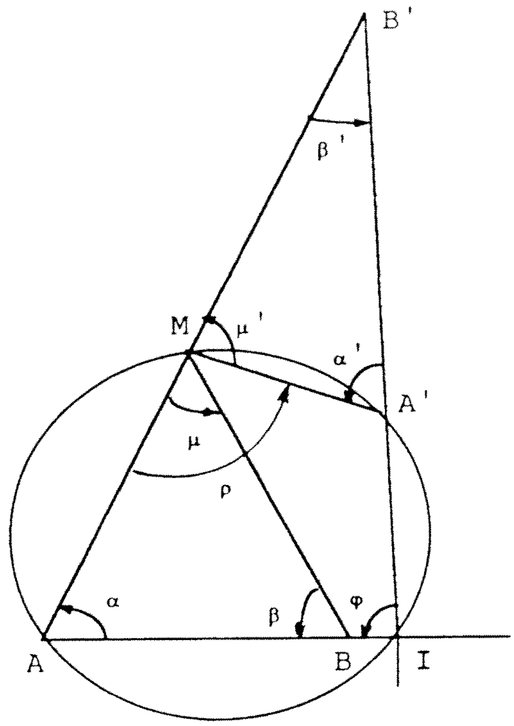


fig. 5

Dans la figure 4, il en résulte que le quadrilatère croisé MAIA' a deux angles opposés égaux : α et α'. Ce quadrilatère est donc inscriptible, si bien que le cercle qui passe par A, A' et I passe aussi par M. De même le quadrilatère MBIB' est aussi inscriptible et le cercle qui passe par B, B' et I passe également par M.

Dans la figure 5, le quadrilatère convexe MAIA' a deux angles opposés supplémentaires (somme des angles du quadrilatère MBIA' égale à 360°) :

$$\phi + \rho - \mu + (180° - \alpha') + (180° - \beta) = 360°$$

$$\phi = \alpha' + \beta + \mu - \rho = 180° - \rho$$

Le quadrilatère est donc inscriptible. Par analogie, il en est de même du quadrilatère MBIB'.

Dans cette construction, le point I joue un rôle fondamental, bien qu'il ne soit pas invariant dans la transformation.

Deuxième construction d'Euler

Euler aurait pu se contenter de la construction qui vient d'être décrite. Mais son imagination le pousse à poursuivre le raisonnement. Si l'on mène (fig. 6) la perpendiculaire en A à AB et la perpendiculaire en A' à A'B', ces droites se coupent en un point Ā. Le quadrilatère AIA'Ā est inscriptible puisque les angles en A et A' sont droits; Ā est donc sur le cercle passant par A, A', I. De plus, ĀI est un diamètre de ce cercle.

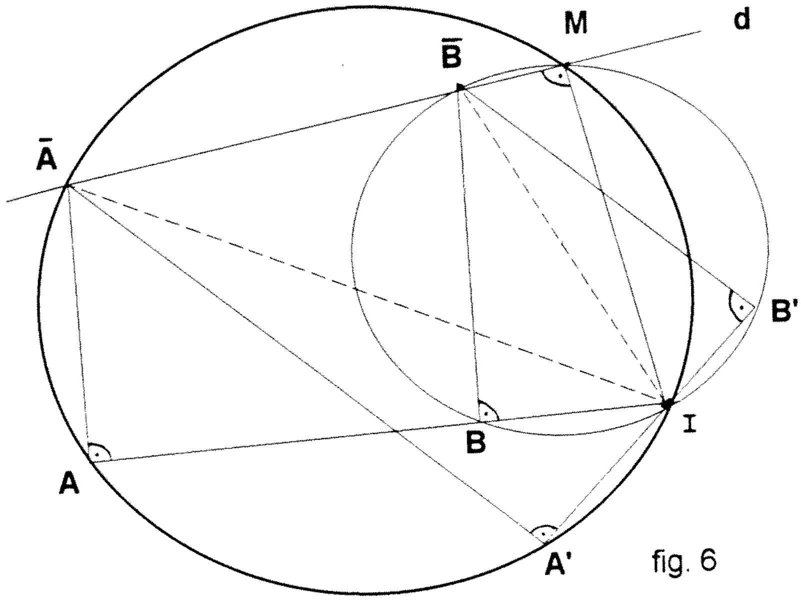


fig. 6

De même, les perpendiculaires menées par B à AB et par B' à A'B' se coupent en un point B̄, sur le cercle passant par B, B', I et B̄I est un diamètre de ce cercle.

Revenons au point M. Dans le cercle de diamètre ĀI, l'angle ĀMI est droit, comme inscrit dans un demi-cercle; de même, dans le cercle de diamètre B̄I, l'angle B̄MI est droit. Il en résulte que les points Ā, B̄, M sont alignés sur une droite d et que IM est perpendiculaire à cette droite d.

Enlevons maintenant les échafaudages (fig. 7) de cette construction. Euler construit le centre de similitude M en cinq "coups" d'équerre et un "coup" de règle selon la "recette" suivante :

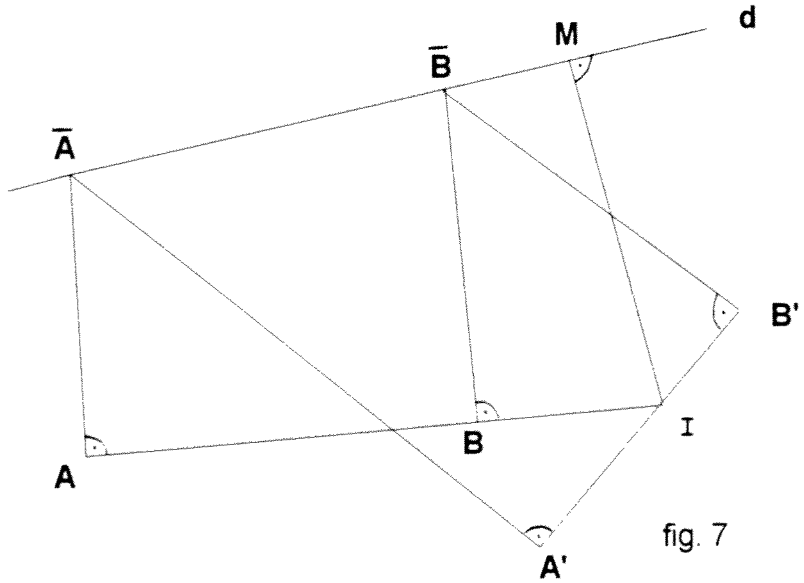


fig. 7

1) Mener la perpendiculaire en A à AB.
2) Mener la perpendiculaire en A' à A'B'. Ces perpendiculaires se coupent en $\bar{A}$.
3) Mener la perpendiculaire en B à AB.
4) Mener la perpendiculaire en B' à A'B'. Ces perpendiculaires se coupent en $\bar{B}$.
5) Mener la droite d qui passe par $\bar{A}$ et $\bar{B}$.
6) Abaisser de I la perpendiculaire sur d. Cette perpendiculaire coupe d au point M cherché.

Voilà comment l'imagination d'Euler permet de faire l'économie de la construction de cercles.

En conclusion, il semblerait possible de présenter sous forme d'atelier en quatrième année secondaire cette recherche du centre de similitude (sans recours aux complexes, bien sûr !). On aurait ainsi l'occasion d'utiliser les connaissances sur les angles inscrits dans un contexte naturel.

André Calame
Professeur
2026 Sauges

lu pour vous

Cornu, B. (sous la direction de) **L'ordinateur pour enseigner les mathématiques**. Paris: 1992, PUF, Nouvelle encyclopédie Diderot.

Voici un ouvrage attendu qui fait le point sur l'impact de l'informatique sur l'enseignement des mathématiques. Un première hypothèse, assez naturelle, est de supposer que l'évolution des mathématiques a une influence sur leur enseignement et un certain nombre de contributions préalables montrent comment l'ordinateur influe sur la science mathématique, que ce soit par l'aspect calcul, visualisation, expérimentation, simulation ou même démonstration. L'informatique semble teinter plusieurs concepts mathématiques classiques: nombre, variable, fonction, par exemple. Par ailleurs, l'informatique a aussi des conséquences sur le choix des sujets (renouveau de l'algorithmique) ou sur un aspect plus social qu'est la communication à travers le média informatique (facilité à réaliser des textes de qualité).

Calculer

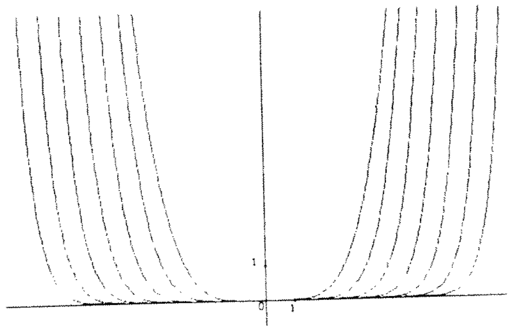
C'est une des premières application de l'ordinateur. On en connaît assez bien les retombées au niveau des conjectures que ces calculs permettent de faire: calcul des décimales des nombres transcendants, recherche de la répartition des nombres premiers. De plus, l'utilisation de systèmes symboliques a impulsé le recherche d'algorithmes pour effectuer du calcul "littéral", par exemple le problème de la factorisation de polynômes développés.

Visualiser

La visualisation de phénomènes permet de trouver des résultats nouveaux. Un exemple simple concerne l'approximation des fonctions par leur série de Taylor. Par exemple, les approximations successives de la fonction sinus sont:

$P_1(x) = x$; $P_3(x) = x - x^3/6$; $P_5(x) = x - x^3/6 + x^5/120$; etc.

Si l'on dessine les fonctions $d_n(x) = | P_n(x) - \sin(x) |$ on observe deux phénomènes, "l'équidistance" et "le parallélisme". C'est l'ordinateur qui a permis de s'intéresser à ces phénomènes.



Un autre exemple, plus connu dans ce domaine, est la visualisation des fractales.

Expérimenter, simuler

L'ordinateur permet de véritables expérimentations et l'activité mathématique devient plus facilement expérimentale dans le sens où des hypothèses préalables peuvent être testées sur ordinateur. La valeur de vérité attribuée à ces expérimentations acquièrent une statut intermédiaire entre la démonstration et la conjecture.

Démontrer

Deux aspects sont abordés: celui de la démonstration automatique qui n'en est qu'à ces balbutiements et celui de l'aide à la démonstration où l'ordinateur effectue des vérifications trop longues et complexes pour être réalisées à la main. L'exemple le plus connu est naturellement celui de la démonstration du théorème des 4 couleurs. K. Appel et W. Haken ont montré en reprenant des travaux antérieurs (qui avaient par trop simplifié le problème) que l'ensemble des cartes critiques se ramenaient à 1482 cas qu'il suffisait de traiter un par un, travail qui a été réalisé par ordinateur. Cette démonstration a donné lieu à un long débat dans la communauté des mathématiciens. Comment vérifier ce que fait l'ordinateur ? Les techniques de "preuve par programme" se développent et ont fait évoluer ce qui est accepté comme preuve. Une exigence est par exemple que le résultat ait été obtenu indépendamment au moins deux fois.

Algorithmes

La mise au point et l'utilisation d'algorithmes font partie des premières activités mathématiques connues, que l'on songe à l'algorithme d'Euclide. Mais leur rôle dans les mathématiques évolue, ils deviennent objets d'étude pour eux-mêmes: possibilité de les mettre en oeuvre, évaluation de leur complexité, classement des algorithmes en fonction de certaines propriétés, etc.

L'algorithme de Strassen

Il s'agit de faire le produit de deux matrices carrées nxn. En 1968, Strassen a montré que l'on peut faire le produit de deux matrices carrées 2x2 avec sept multiplications, au lieu de huit. Ce résultat a été généralisé. Rice a pu montrer en 1983 que le produit de deux matrices nxn peut se faire avec environ $n^{2,49}$ multiplications au lieu de n^3. Si $n = 1000$, $n^{2,49}$ ($\hat{=} 2,95 * 10^7$) représente moins de 3% de n^3 ($= 10^9$).

Par ailleurs une approche algorithmique des mathématiques se développe qui rejoint les préoccupations des constructivistes. De plus en plus d'objets mathématiques sont définis comme des résultats d'algorithmes; la preuve d'existence des objets revient à la preuve de l'effectivité de l'algorithme (prouver qu'il aboutit et prouver qu'il fournit le résultat escompté).

Ces différents aspects de même que leurs implications pédagogiques sont détaillées dans diverses contributions.

Mathématique et informatique (J.-P. Bertrandias): L'importance est mise ici sur sur le langage et la question qui se pose constamment sur la signification exacte de ce langage et de sa relation avec la réalité qu'il doit commander ou décrire. Cela doit inciter le mathématicien à une réflexion sur le langage qu'il utilise.

L'informatique conduit-elle a des mathématiques nouvelles? (G. Rauzy): L'auteur fournit des exemples simples qui permettent d'amorcer une introduction de l'informatique dans l'enseignement mathématique.

Le rôle de l'informatique dans un cours de mathématique (K.D. Graf): Ce sont des exemples et de véritables filières à travers la scolarité qui sont étudiées. Par exemple, la filière algorithmique va de la 5e primaire à la fin du lycée.

Dans sa conclusion, l'auteur est prudent sur les véritables retombées pédagogiques de l'ordinateur en classe de mathématique. La possibilité offerte par l'ordinateur de travailler plus expérimentalement va-t-elle se répercuter sur l'imagination des élèves, les erreurs commises, sur le processus de compréhension ? Comment la dynamique de la classe va-t-elle évoluer ? L'ordinateur va-t-il privilégier certains types d'élèves ? Ce sont de nombreuses questions dont la recherche en pédagogie devra s'occuper ces prochaines années.

L'enseignement de l'analyse à l'âge informatique (D. Tall): L'utilisation de l'ordinateur (algorithmes numériques et programmation) est présentée comme un moyen pour alléger certains problèmes rencontrés par les étudiants en analyse et de donner un sens à des concepts.

Intégration et viabilité des objets informatiques dans l'enseignement des mathématiques (Y. Chevallard): Le point de vue adopté par Y. Chevallard est celui de l'ingénierie didactique, c'est-à-dire l'ensemble des méthodes pour enseigner, évaluer la progression des élèves dans un domaine donné. Il note à ce propos que les bonnes séquences d'enseignement usant de l'ordinateur font encore défaut. Le problème n'est pas tellement d'intégrer l'ordinateur à des contenus traditionnels, mais bien plutôt de réfléchir à la pertinence des contenus et des modes d'apprentissages.

Gestion informatisée des problèmes et de démarches liées à leur résolution (R.Gras et collègues): Deux types de travaux sont présentés. Le premier a trait aux logiciels d'aide à la résolution de problèmes (en géométrie élémentaire). L'autre concerne les banques de données dont la structure permet des recherches multi-critères et une certaine automatisation de l'évaluation.

Utilisation de l'ordinateur à partir d'une théorie de Piaget sur l'apprentissage de concepts mathématiques (E. Dubinsky): La théorie présentée est proche de celle de Logo, c'est-à-dire qu'elle se fonde sur l'idée de la "construction" de savoir à travers des activités de programmation, reflet qui devrait favorise l'"abstraction réfléchissante". Le langage de programmation utilisé (SETL) est très proche du langage mathématique.

Des logiciels pour l'enseignement (F. Tréhard): L'auteure s'attaque ici à la nomenclature des systèmes d'enseignement et à leur classification. Ces systèmes peuvent être utilisé pour l'évaluation, l'élaboration de séquences d'enseignement ou de l'élaboration de didacticiels.

LOGO: exemple générique ou cas particulier (A. Rouchier): LOGO offre de nombreux exemples de travaux qui se situent dans cette frange de l'informatique qui incorpore ou met en oeuvre des concepts mathématiques.

Un ouvrage de référence dont nous recommandons vivement la lecture (LOP).

agenda

Séminaire de mathématiques élémentaires, Institut de Géologie, Emile Argand 11, Neuchâtel, le mardi de 16h15 à 17h45 aux dates suivantes: 10, 24 novembre 1992, 8 décembre 1992, 12, 26 janvier 1993, 9, 23 février 1993.

Le Séminaire du semestre d'hiver 1992-93 aura pour thème:

Quelques problèmes célèbres et leurs prolongements

En particulier: nombres parfaits et nombres amiables; fonctions arithmétiques sur le nombre et la somme des diviseurs d'un nombre naturel, aspect classique et récent. Problème dit de Napoléon sur les triangles; inversion et problème d'Apollonius; quadrature du cercle, duplication du cube et trisection de l'angle; courbes classiques liées à ces problèmes; constructions à la règle et au compas.

Renseignements : André Calame, Chargé de cours, "Les grands champs", 2026 Sauges

* * *

Colloques du mardi, Institut de mathématique et d'informatique, Auditoire nord, 2e étage, les mardis dès 16 h 15.

27 octobre : Formes harmoniques sur l'espace hyperbolique (P.-Y. Gaillard, Genève).

24 novembre : Variétés hyperboliques arithmétiques et conjectures de Ramanujan (M. Burger, Uni, Lausanne).

8 décembre : Algèbres de Lie engendrées par des modules indécomposables (C. Riedtmann, Berne).

15 décembre : Laplacien agissant sur les p-formes différentielles, géométrie et topologie (B. Colbois, ETH, Zürich).

Renseignements : Alain Valette, Institut de mathématique et d'informatique, Chantemerle 20, cp 2, 2007 Neuchâtel.

* * *

Introduction à la pensée et à l'action systémique

Cours d'introduction à la pensée et à la pratique systémique. Salle D63, Université, Av. du 1e Mars 26, Début: jeudi 22 octobre 12h15.

Les colloques ont lieu le mercredi tous les quinze jours à 17h15, salle D63

28 octobre : Y-a-t-il des systèmes dans la nature (E. Schwarz, CIES, Neuchâtel).

11 novembre : Quelques considérations philosophiques sur le tout et les parties et l'émergence de la réalité (F. Bonsack (Institut de la méthode, Bienne).

25 novembre : L'hypothèse Gaïa et ses implications pour une vision holistique de la vie (P. Lehmann, physicien, Vevey).

9 décembre : La logique floue: logique de la nature? (M. Davidescu, Allemagne)

13 janvier 93 : La machine fractale: un modèle holographique de la conscience (D. Dubois, Université de Liège)

27 janvier : Le poète, comme médiateur entre les hommes et le tout (g. Haldas, écrivain).

10 février : L'hologramme, un système holistique d'information distribuée (R. Dändiker, Université de Neuchâtel).

24 février : Wholeness and the Implicate Order: A presentation of David Bohm's Holistic Worldview (M. Carvallo, Université de Gronigen, Pays-bas)

Des séminaires ont lieu certains mercredis à 17h15, salle D63. Prochaines séances : 18 novembre, 16 décembre, 20 janvier, 17 février.

Renseignements : Eric Schwarz, CIES, Université de Neuchâtel, 26, av. du 1er Mars, Tél. 038 25 38 51, fax : 038 25 18 32

* * *

Cours d'élaboration de didacticiels interactifs multimédia avec Authorware

Organisé par la SENS : les mercredis après-midi 28 octobre, 4, 11, 18 novembre. Salle d'EAO, Ecole d'ingénieur du Canton de Neuchâtel, Le Locle. Renseignements et inscription auprès de Michel Favre (finance 150 .-)

Organisé dans le cadre des cours pour le perfectionnement des maîtres de l'enseignement professionnel: du 16 au 19 février 1993 au CPLN, Neuchâtel. **Inscription**: OFIAMT, Division de la formation professionnelle, Bundesgasse 8, 3003 Berne. **Renseignements**: Jean-Pierre Baer, CPLN (038 21 41 21).

* * *

Journée d'étude: mathématique et informatique sans frontière

Une journée de réflexion, d'échanges de pratiques et de relations d'expériences sur ce qui concerne l'usage de l'ordinateur en classe de mathématique est organisée par l'IRDP (Neuchâtel), la MAFPEN (Besançon), avec le soutien et la collaboration de la SENS, l'IREM et l'IUFM de Besançon.

Date et lieu: mercredi 25 novembre 1992, de 10h à 12h et de 14h à 17h30 à La Chaux-de-Fonds (Suisse), Collège de l'Abeille (rue Jardinière 68).

Renseignements et inscription: Elisabeth Egger, IRDP, cp 54, 2007 Neuchâtel 7, 038/ 24 41 91

* * *

Les jeudis de l'Atelier

Les prochaine jeudis auront lieu les jeudis soirs à 19h 30, à la salle des conférence de l'IRDP, 43 Fbg de l'Hôpital, Neuchâtel.

7 novembre : Simulation d'une intelligence artificielle génétique (W. Schachner, CEPIAG, Genève)

10 décembre : Mathématiques et enseignement intelligemment assisté par ordinateur (E. Bruillard, IUFM de Créteil)

Renseignements: L.-O. Pochon (038 24 41 91)

Suite de l'Agenda en page 4 de couverture

SOMMAIRE , No 13

Agenda (suite)

Séance extraordinaire de l'équipe de rédaction : mardi 3 novembre de 18h30 à 20h, salle des conférencesde l'IRDP, 43 Fbg de l'Hôpital, Neuchâtel. Lors de cette séance,à laquelle chacun est invité, la forme future que prendra le Bulletin sera discutée.

Pour vous abonner au bulletin (10 Frs pour une année) adressez-vous à:

Michel Favre, rte de la Jonchère 13a, 2208 Les Hauts Geneveys (038/ 53 38 81)

Pour demander votre adhésion à la Société des enseignants neuchâtelois de sciences prenez contact avec la présidente:

Françoise Jeandroz, Les Allées 30, 2300 La Chaux-de-Fonds (039/ 23 09 56)